Risoluzione dell'esercizio num.5001 C

L'integrale si scrive come $\delta_0 \displaystyle\int_{-\pi/(2b)}^{\pi/b} dy|\cos(by)|\sqrt{1+\cos^2(by)} = \frac{\delta_0}{b}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} dy \cos y\sqrt{1+\cos^2 y}+$ $\displaystyle\frac{\delta_0}{b}\int_{\pi/2}^{\pi} dy(-\cos y)\sqrt{1+\cos^2 y}$ e sostituendo $y-\frac{\pi}{2}=t$ nel secondo integrale si ottiene $\displaystyle\frac{\delta_0}{b}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} dy\cos y\sqrt{1+\cos^2 y}+\frac{\delta_0}{b}\int_0^{\pi/2}\sin t\sqrt{1+\sin^2 t}dt$

Trattiamo ora l'integrale $\displaystyle\frac{\delta_0}{b}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} dy\cos y\sqrt{1+\cos^2 y}$. Sostituendo $\sin y = z$ si ottiene $\displaystyle\frac{\delta_0}{b}\int_{-1}^{1} dz\sqrt{2-z^2} = 2\frac{\delta_0}{b}\int_0^1 dz\sqrt{2-z^2}$. Poi si effettua la sostituzione $z=\sqrt{2}\sin u$ da cui $\displaystyle 2\frac{\delta_0}{b}\int_0^{\pi/4} 2du\cos^2 u = \frac{\delta_0}{b}(1+\frac{\pi}{2})$.

L'integrale $\displaystyle\frac{\delta_0}{b}\int_0^{\pi dy/2}\sin t\sqrt{1+\sin^2 t}$ si tratta attraverso la sostituzione $\cos t = q$ da cui $\displaystyle\frac{\delta_0}{b}\int_0^1 \sqrt{2-q^2} = \frac{\delta_0}{b}(\frac{1}{2}+\frac{\delta_0}{4})$. Sommando si ha il risultato.